Bestimmung von Brechungsexponenten durch Interferenz elektrischer Wellen an Drähten.

Inaugural-Dissertation

der
hohen philosophischen Fakultät
der Universität Greifswald
zur
Erlangung der philosophischen Doktorwürde
vorgelegt
und nebst den beigefügten Thesen
öffentlich verteidigt
am Mittwoch, den 5. März 1902.
vormittags 1/2 12 Uhr
von

Kurt Kiessling
aus Perleberg.

Opponenten:
Herr cand. math. A. Leick.
Herr cand. math. Vogt.

Greifswald.
Druck von Julius Abel
1902.

Seinen lieben Eltern

in Dankbarkeit

gewidmet.

Einleitung.

Seitdem Hertz das Gebiet der elektrischen Wellen erschlossen hat, ist der Brechungsexponent dieser Wellen auf die verschiedenste Art und Weise für eine grosse Zahl von Medien bestimmt worden. Zur Verwendung kamen teils freie, teils Drahtwellen.

Hertz[1]) selbst bestimmte analog der optischen Methode die Brechung aus der Ablenkung der Wellen durch ein Prisma, das aus Pech hergestellt war.

Ellinger[2]) mass nach dieser Methode die Brechung von Wasser und Alkohol.

Righi[3]) benutzte die Interferenz dieser freien Wellen. Die vom Erreger ausgesandten Wellen wurden durch einen Parabolcylinder auf 2 in derselben Ebene nebeneinander liegende Metallspiegel geworfen. Zwischen Spiegel und Erreger stand eine unter 45^0 geneigte Glasplatte. Die von den Spiegeln reflektierte Welle wurde an der Glasplatte nach einem Resonator hin reflektiert. Wurde der eine Spiegel weiter vom Erreger entfernt, so hatte der auf diesen Spiegel fallende Teil der Welle einen grösseren Weg zurückzulegen. Er gelangte mit anderer Phase zum Resonator als der andere Teil der Welle; beide Teile interferierten. Befand sich der Spiegel in seiner ursprünglichen Lage, und es wurde eine aus einem Dielektrikum hergestellte Platte vor diesen Spiegel gebracht,

1) Hertz, Über elektrische Kraft.

2) Ellinger, Annalen 46 S. 513; 48 S. 108.

3) Righi, Elektrische Schwingungen S. 89.

so zeigte sich dieselbe Wirkung wie vorher, da eine scheinbare Wegverlängerung eintrat. Die Änderung konnte durch Verrücken des Spiegels kompensiert werden. Aus dieser Verrückung sowie der Dicke des Isolators liess sich dann sein Brechungsexponent berechnen.

Die Analogie mit den optischen Vorgängen ergiebt noch eine andere Methode. Aus der Tangente des Polarisationswinkels eines Mediums ergiebt sich sein optischer Brechungsexponent. Nachdem nun Trouton[1]) die Reflexion ebener elektrischer Wellen an einer ebenen Wand eines Mediums beobachtet hatte, studierte Klemencic[2]) diese Verhältnisse beim Schwefel quantitativ. Er fand obiges Gesetz auch für elektrische Wellen bestätigt.

Werden diese Schwingungen nun an Drähten fortgeleitet, so finden die elektrischen Bewegungen ausser im umgebenden Medium an der Oberfläche der Drähte statt, sie dringen nur bis zu minimalen Tiefen ein, wie Bjerknes quantitativ beobachtete. Es war zu erwarten, dass eine Änderung des Mediums die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der längs des Drahtes sich bewegenden Welle ändern würde.

Die ersten Versuche hierüber stellte Waitz[3]) an. Einem Erreger stellte er einen kreisförmigen Resonator gegenüber. Von dem Funkenmikrometer dieses Resonators zweigte er 2 Paralleldrähte ab, die durch den zu untersuchenden Isolator hindurchgingen. Über die beiden Drähte legte er derartig einen Drahtbügel, dass die Funken im Mikrometer maximale Längen gaben. Der Abstand zweier solcher Brückenlagen gab dann die halbe Wellenlänge. Wurde der Abstand einmal in Luft, ein anderes Mal in einem Isolator gemessen, so ergab das Verhältnis den Brechungsexponenten des Dielektrikums.

1) Trouton, Stat. 39, 391, 40, 398. 1890.
2) Klemencic, Wied. Annalen 45, 62. 1892.
3) Waitz, Wied. Annalen 41, 435. 1890.

Lecher[1]) verstärkte die Wirkung des Erregers auf das sekundäre System dadurch, dass er den Platten des primären Erregers zwei gleich grosse Platten gegenüberstellte. Von diesen leitete er zwei Paralleldrähte fort, die er passend überbrückte; und zwar in der Weise, dass eine über die Enden der Paralleldrähte gelegte Geisslersche Röhre hell aufleuchtete; dann befand sich das System: primärer Erreger, sekundärer Erreger mit Drahtleitung bis zur Brücke, letztere eingeschlossen mit dem System: Drahtleitung von der Brücke bis zu den Enden, gleichfalls Brücke eingeschlossen, in Resonanz.

Mit dieser Anordnung hat Cohn[2]) sowohl allein, wie in Verbindung mit Zeemann[3]) verschiedene Flüssigkeiten auf ihren Brechungsexponenten hin untersucht. Die durch partielle Reflexion an der Grenzfläche stark brechender Medien auftretenden Störungen liessen sich dadurch vermeiden, dass eine Brücke in diese Grenzfläche gelegt wurde, darauf erst andere Brücken vor und hinter dieser verschoben wurden, bis Resonanz eintrat.

Diese Methoden haben aber folgenden Nachteil: Sie gestatten nur flüssige Isolatoren zu untersuchen. Für feste Medien sind sie nicht anwendbar, da ja in diesen eine Brückenverschiebung nicht möglich ist.

Für die Untersuchung fester Medien geeignet ist die Anordnung von Arons und Rubens.[4]) Sie verwenden das von Hertz benutzte Drahtviereck. Ein Punkt eines ein Funkenmikrometer enthaltenden Drahtrechtecks wird mit der einen Erregerhälfte leitend verbunden. Im allgemeinen schlagen dann bei Thätigkeit des Erregers Funken am Mikrometer über, ausgenommen, wenn die Zuleitungsstelle am Viereck gleich weit von den Mikrometerkugeln entfernt liegt. Es erreichen dann

1) Lecher, Wied. Annalen 41, 850. 1890.
2) Cohn, Wied. Annalen 45, 370. 1892.
3) Cohn und Zeemann, Wied. Annalen 57, 15. 1896.
4) Arons und Rubens, Wied. Annalen 42, 581; 44, 206. 1891.

nämlich die vom Erreger durch Leitung übertragenen Wellen das Mikrometer zu gleicher Zeit, so dass hier zu keiner Zeit sich eine Potentialdifferenz bilden kann. Wird aber der eine Weg verlängert, etwa durch Umhüllen mit einem Medium, so tritt am Mikrometer eine Potentialdifferenz auf; der Zuleitungspunkt muss verschoben werden, um die Potentialdifferenz zu beseitigen. Aus dieser Verschiebung sowie der Dickenschicht des Mediums lässt sich dann der Brechungsexponent finden. Dem einen Drahtviereck stellten sie dabei ein zweites, vollkommen gleiches, in konstantem Abstand gegenüber. Dieses wurde mit der andern Erregerhälfte verbunden.

Eine andere Methode, die den Ausgangspunkt für meine im Folgenden beschriebene bildet, ist die von V. v. Lang.[1]) Analog dem Quincke'schen Interferenzversuch in der Akustik teilte Lang die Welle. Liess er die beiden Wellenzüge verschieden lange Wege zurücklegen, so mussten sie nach ihrer Wiedervereinigung je nach ihrer Phasendifferenz interferieren. Seine Anordnung war folgende: Einem Righierreger gegenüber stand mit der Öffnung dem Erreger zugekehrt ein mit Staniol ausgelegtes Papprohr. Dieses teilte sich in zwei Züge, deren jeder posaunenartig verschoben werden konnte. Die beiden Züge vereinigten sich wieder in einem Rohr, vor dessen Öffnung, gegen äussere Einflüsse geschützt, ein Koherer lag. Trafen beide Wellenzüge mit gleicher Phase aufeinander, so musste Maximum der Wirkung auf den Koherer eintreten, dagegen bei entgegengesetzter Phase Minimum. Vollständige Vernichtung beider Züge trat nie ein; er konnte aber verschiedene Maxima und Minima beobachten. Wurde das eine Rohr zum Teil mit einem Isolator ausgefüllt, so musste der andere Auszug verschoben werden, um gleiche Interferenzwirkung wie vorher zu erreichen, da durch den Isolator eine scheinbare Wegverlängerung in dem betreffenden Rohrauszug eingetreten war. Mit

1) V. v. Lang, Wied. Annal. 57, 340. 1896.

diesem Apparat untersuchte Lang feste Körper wie Flüssigkeiten. Seine Werte sind aber viel zu gross im Vergleich zu denen, die Righi[1]) nach seiner Interferenzmethode freier Wellen erhielt. So fand Lang für Schwefel als kleinsten beobachteten Wert 2,33, während Righi 1,87 erhielt, für Paraffin erhielt Lang 1,65, Righi 1,43.

Mit diesem Interferenzrohr beschäftigte sich auch Drude näher. Seine Untersuchungen richteten sich aber mehr darauf, die Grössenverhältnisse des Rohres sowie die Wirksamkeit des Koherers zu studieren. So fand er das merkwürdige Resultat, dass die Länge der aus dem Rohr austretenden Welle doppelt so gross war wie der Durchmesser des Rohres. Die Thatsache, dass sich die Wellen in starker Intensität an Drähten fortpflanzen, veranlassten ihn, die Wellenlängen durch Interferenz von Drahtwellen zu untersuchen. Der Unterschied gegen den soeben beschriebenen Versuch ist der, dass sich bei dem obigen die Welle in einem von Metall umgebenen Luftraum, hier aber längs eines von Luft umgebenen Metallkörpers fortpflanzt. Der Metallkasten, in dem der Koherer sich befand, wurde bis auf ein enges Loch verschlossen. In dieses Loch ragte ein Draht, dessen anderes Ende auf einer Drahtschleife verschiebbar war. Dem Erreger gegenüber stand ein Metallstab, an dessen einem Ende die Schleife befestigt wurde. Er erhielt aber nicht so deutliche Interferenzen wie vorher mit der Röhre.

Überblick über die Versuchsanordnung und Vorversuche.

Bei der von mir angewandten Methode ging ich von folgenden Überlegungen aus. Wie es Drude schon mit einer Drahtschleife angedeutet hatte, musste sich der Interferenzversuch Langs auch an Drähten darstellen lassen und zwar um vieles besser mit dem Lecherschen Doppeldrahte. Der

1) Righi, Elektr. Schwingungen S. 89.

einen Drahtschleife stellte ich demnach eine zweite völlig gleiche in konstantem Abstand gegenüber. Fast die ganze elektrische Bewegung verläuft jetzt zwischen den Drähten, wird also von ausserhalb befindlichen Gegenständen wenig beeinflusst. Ein weiterer Vorteil liegt darin, dass sich nun durch eine Brücke eine bestimmte Wellenlänge zur Benutzung ausscheiden lässt, somit Oberschwingungen die Interferenz nicht mehr stören, die Maxima und die Minima sehr scharf auftreten müssen. Um Reflexion an den Enden der Drahtleitung, also eine Entstehung stehender Wellen zu vermeiden, musste die Leitung hinter dem Interferenzapparat eine derartige Länge besitzen, dass sich die Welle in ihr tot lief, ehe sie das Ende erreichte. Aus diesem Grunde lief die Parallelleitung in zwei dünnen langen Eisendrähten aus, in denen ja bei genügend kleinem Querschnitt die Intensität der Welle sehr schnell abnimmt, wie Geitler[1]) beobachtet hatte.

Um diese Überlegungen zu prüfen, stellte ich in erster Ausführung folgende Versuchsanordnung her. An einem Erreger nach Blondlot, der eine Grundschwingung von 120 cm hatte, wurden zwei parallele, 1 mm dicke, 6 m lange Kupferdrähte angelegt und straff gespannt, durch eine Brücke die Grundschwingung festgelegt, und dann 2 in demselben Abstand gehaltene $^1/_{10}$ mm dicke Eisendrähte von 20 m Länge an die Kupferdrähte angeschlossen. Alsdann wurden hinter der Brücke, vom Erreger aus gerechnet, die beiden Abzweigungen parallel zu einander im Bogen von der Hauptleitung fort und eine Strecke hinter dem Abzweigungspunkt wieder an die Hauptleitung herangeführt (s. Fig. 1 auf der hinten angefügten Tafel).

Die Abzweigung jedes Drahtes betrug eine Wellenlänge, die Wiedervereinigung fand im Abstand einer halben Wellenlänge hinter dem Verzweigungspunkt statt. Der Gangunterschied betrug somit eine halbe Wellenlänge. Legte ich nun

1) Geitler, Wied. Ann. 49, 187. 1893.

eine empfindliche Geisslersche Röhre an der Brücke über die Drähte und führte sie in stetem Kontakt mit den Drähten an diesen entlang, über die Zweigleitung gleichfalls fort, so leuchtete die Röhre konstant bis zum Vereinigungspunkt. Führte ich die Röhre beliebige Strecken über diesen Punkt hinaus, so blieb sie andauernd dunkel. Liess ich sie längere Zeit an einer beliebigen Stelle, so zeigte sich hin und wieder ein kleines Zucken, dem aber keine Bedeutung beizulegen ist, da ja vollkommenes Vernichten praktisch undurchführbar ist.

Der Abzweigungs- wie der Vereinigungspunkt konnten nun nach beiden Seiten hin verschoben werden. Blieb die Röhre hinter dem Vereinigungspunkt über den Drähten liegen, so fing sie bei zunehmender Verschiebung mehr und mehr an zu leuchten.

Um Hauptleitung und Abzweigung vollständig symmetrisch zu einander zu stellen, führte ich die erstere aus ihrer ursprünglichen Richtung unter demselben Winkel wie die Abzweigung fort und nachher unter demselben Winkel am Vereinigungspunkte in die ursprüngliche Lage zurück. Die Wirkung auf die Geisslersche Röhre blieb ungeändert.

Kürzte ich die Länge der Abzweigung, so musste der Vereinigungspunkt, falls die Wellenzüge sich aufheben sollten, dem Abzweigungspunkte näher gerückt werden. Andrerseits musste er bei Verlängerung weiter entfernt werden.

Endgültige Versuchsanordnung.

Nachdem diese Beobachtungen gemacht waren, stellte ich folgende Anordnung her. Eine Verschiebung der Enden des einen Zweiges war unvorteilhaft wegen des mangelnden Kontaktes, ausserdem musste ja auch dabei die Unterstützung fortwährend geändert werden. Ich stellte daher ebenso wie Lang einen Posaunenauszug her.

Auf einem Brett von 1,3 m Länge und 0,4 m Breite wurden in einem Abstand von 0,2 m 2 Messingröhren *A B*

und *CD* von 1,2 mm äusserem Durchmesser und je 72 cm Länge an Ebonitstützen befestigt. Der Abstand jeder Röhre vom Brett betrug 3 cm. In diesen Röhren waren Auszüge *EBCF* und *EADF* aus Messingdraht mit gutem Kontakt verschiebbar. Da sich aber die Auszüge beim Hineinschieben sehr leicht verbogen, musste ich die Durchmesser stärker wählen. Ich ersetzte die Röhren *AB* und *CD* durch solche von 1,5 mm äusserem und 1,2 mm lichtem Durchmesser, so dass ich zu den Auszügen die zuerst verwandten Röhren benutzen konnte. Über diesem Viereck wurde dann ein zweites, vollständig gleich gebautes, im Abstand von 2,5 cm vom ersten an denselben Ebonitstützen, auf denen das erste ruhte, befestigt (s. Fig. 2).

Bei *EE'* wurde die Zuleitung vom Erreger, bestehend aus 2 Messingdrähten gleichen Kalibers wie die Röhren im gegenseitigen Abstand von ebenfalls 2,5 cm, angelötet. Da die Zuleitung, um die Parallelität zu wahren, gespannt sein musste, so waren zu beiden Seiten von *EE'* Ebonitstützen angebracht. Überhaupt wurden diese Stützen, die sämtlich gleiche Dicke besassen, möglichst symmetrisch auf beide Zweige verteilt. Bei *FF'* befanden sich wieder zwei dicht nebeneinander, da von hier aus die Leitung fortgesetzt wurde. Dann befanden sich noch welche in den Punkten *B*, *C*, *D*, *A*. Die Fortsetzung der Leitung bestand aus zwei Drähten von je 20 cm Länge. An ihren Enden verjüngten sie sich konisch, da hier die Eisendrähte von 0,1 mm Durchmesser angelötet wurden. Diese Letzteren hatten je eine Länge von 40 m. Sie waren erst 6 m grade aus, dann um die Beine eines grossen Tisches in konstantem Abstand herumgewickelt.

Da nun stets ein Paar der Auszüge, z. B. *EBCF* und der darüber liegende *E'B'C'F'* zu gleicher Zeit verschoben werden musste, so wurden auf dem Brett zwei Holzleisten *GH*, *IK* in konstantem Abstand festgeschraubt, zwischen denen ein Schlitten verschoben werden konnte, auf dem 2

Ebonitstützen das Bügelpaar stützten. Auf der einen Leiste befand sich eine Millimeterskala, und auf dem Schlitten eine Marke, so dass die jeweilige Verschiebung des Bügelpaars abgelesen werden konnte. Die Beobachtung geschah mit einer Zehnderröhre, die 15 cm hinter den Punkten FF' durch eine Klemme gehalten wurde, und deren Elektrodendrähte um je einen Draht der Leitung gewickelt waren. Wurde nun der Erreger in Thätigkeit gesetzt, und waren die Zweige $EBCF$ und $EADF$ von gleicher Länge, so leuchtete die Zehnderröhre hell auf. Alsdann wurde vor dem Verzweigungspunkt eine Brücke über bie Drähte gelegt und nach geeigneter Einstellung festgelötet. Die Mitte der Brücke wurde mit der Erde leitend verbunden. Wurde nun der Schlitten verschoben, so nahm das Leuchten langsam ab, um schliesslich ganz zu verschwinden. Bei weiterem Ausziehen hätte nun wieder eine Zunahme des Leuchtens eintreten müssen, aber der Auszug erwies sich als zu kurz für diese Wellenlänge. Ein Versuch, die Längenverhältnisse des Vierecks zu vergrössern, stiess auf Schwierigkeiten. Die Drähte verbogen sich dann beim Verschieben. Der Schlitten war nur um höchstens 30 cm verschiebbar, somit wurde die Länge des betreffenden Zweiges um 60 cm geändert. Es trat also am Vereinigungspunkt bei grösster Verschiebung grade eine Phasenverschiebung von einer halben Welle ein, da die Wellenlänge 120 cm betrug. Ich beschloss daher mit einer kleineren Wellenlänge zu arbeiten. Der Mechaniker Donner des physikalischen Instituts zu Leipzig, der auch für Drude die Erreger gebaut hatte, stellte einen passenden her. Der Primärkreis dieses Erregers bestand aus 3 mm starken, je 7,5 cm langen Kupferdrähten, die eine Kreisfläche von 5,5 cm Durchmesser umschlossen. Die Funkenstrecke, sowie die an einer Erregerkugel befindliche Vorfunkenstrecke, waren mikrometrisch verschiebbar. Um den Primärkreis, oder vielmehr unter diesen legte ich die Sekundärleitung in einem Abstand von 1—2 mm. Der Sekundärkreis hatte

gleichen Durchmesser wie der Primärkreis und bestand aus 1 mm dickem Kupferdraht. Der ganze Erreger wurde in ein Gefäss mit Petroleum gestellt. Die Sekundärleitung wurde über die Glaswand herausgebogen und in einem kleinen Ebonitbock festgeschraubt. Von hier aus führten die beiden Enden in konstantem Abstand von 2,5 cm zu den Punkten EE'. Die Entfernung vom Bock bis zu den Punkten EE' betrug 78 cm. Die Brücke lag jetzt 16 cm vom Bock entfernt. Der Erreger wurde durch ein Induktorium von 3 cm Schlagweite betrieben. Wurde nun der Schlitten verschoben, so nahm wie vorher das Leuchten der Röhre ab bis zum gänzlichen Verschwinden, dann allmählich aber wieder zu bis zu einem 2. Maximum. Der Schlitten wurde hierbei um 40 cm verschoben, das doppelte ergab die Wellenlänge zu 80 cm, da ja bei einem Maximum der Interferenz die Weglängen sich um ein ganzes Vielfaches einer Wellenlänge unterscheiden.

Wurden beide Zweige um gleiche Strecken verlängert, so blieb die Leuchtintensität unverändert.

Bestimmung des Brechungsexponenten von Flüssigkeiten nach dieser Methode.

Es war zu erwarten, dass bei Hindurchführung der Drähte des einen Zweiges durch ein Dielektrikum von beliebiger Schichtdicke, eine Verschiebung des Interferenzmaximums eintreten würde. Bei den bisherigen Versuchen hatte sich das Brett mit dem Interferenzapparat in horizontaler Lage befunden. Um die Drähte durch Flüssigkeiten zu führen, war es nötig, die Drähte durch ein Gefäss zu leiten. Hierbei war es nur möglich eine bestimmte Schichtdicke der isolierenden Flüssigkeit, der Länge des Gefässes entsprechend, zu untersuchen. Es war aber von Wichtigkeit, den durch eine Beobachtung gefundenen Wert des Brechungsexponenten, durch Untersuchung einer anderen Schichtdicke zu prüfen.

Daher erteilte ich dem Apparat eine vertikale Lage. Die Seitenansicht war jetzt wie Fig. 3 zeigt.

Von den Röhren CD (respektive $C'D'$) wurde der Teil LD, eine Länge von 24 cm abgeschnitten, da an diese Stelle das Gefäss für die zu untersuchenden Medien gebracht werden sollte. Dies Gefäss bestand aus einem Glascylinder von 18 cm Höhe und 5,8 cm lichtem Durchmesser, in dessen Boden im Abstand von 2,5 cm Löcher gebohrt waren, durch die die Bügel $EHDJ$ ($E'A'D'F'$) hindurchpassten. Die Löcher wurden, nachdem die Drähte hindurchgesteckt und in geeignete Lage gebracht waren, mit Gummi und Schellack gedichtet. Die Drähte mit dem daran befindlichen Gefäss konnten nun aus den Röhren herausgezogen werden, wie es ja nötig war, um das Gefäss nach Gebrauch zu entleeren und zu reinigen. Befanden sie sich in ihrer richtigen Lage am Viereck, und war der obere Bügel auf Maximum der Leuchtwirkung eingestellt, so wurde das Gefäss zum Teil mit einer isolierenden Flüssigkeit gefüllt. Dadurch wurde aber dieser Zweig scheinbar verlängert; es trat eine Phasenverschiebung gegen den andern Wellenzweig ein, die sich durch Änderung der Leuchtintensität der Zehnderröhre erkenntlich machte. Um diese Phasenverschiebung zu kompensieren, musste das obere Bügelpaar um eine bestimmte Strecke herausgezogen werden. War diese Verschiebung $= a$, so wurde der Zweig dadurch um $2a$ verlängert. War die Schichtdicke des Mediums $= l$ und n sein Brechungsexponent, so entspricht der scheinbaren Zweigverlängerung $nl - l$, am andern Zweige die Verlängerung $2a$ in Luft. Es ist demnach

$$nl - l = 2a$$

Daraus folgt n

$$n = 1 + \frac{2a}{l}$$

Um a festzustellen, beobachtete ich stets die Verschiebung des Maximums der Interferenz. Ebenso gut konnte ja auch

die Verschiebung des Minimums der Interferenz beobachtet werden. Ich wählte aber das erstere, da sich das Maximum präciser bestimmen liess; und zwar stellte ich nicht direkt auf das hellste Leuchten ein, sondern beobachtete die beiden zum Maximum symmetrisch gelegenen Stellen, an denen das Leuchten einsetzte. Aus deren arithmetischen Mittel ergab sich dann das Maximum.

Da mir der Durchmesser des Glascylinders etwas klein schien, so ersetzte ich ihn später durch einen Blechcylinder von 6,5 cm Durchmesser. Jedoch wurde die Wirkung hierdurch nicht merklich beeinflusst. Der Cylinder war durch eine Ebonitplatte von 5 mm Dicke abgeschlossen. An einer Stelle war die Wandung in der Längsrichtung durch einen Glasstreifen ersetzt, so dass die Dickenschicht des darin befindlichen Isolators aussen abgemessen werden konnte.

Ich untersuchte folgende Flüssigkeiten:

Paraffinöl.

Bei leerem Gefäss wurde das Interferenzmaximum beobachtet zu 5,9 5,8 und 6,1 cm.

Aus den 3 Werten ergiebt sich als Mittel

5,93

Füllte ich flüssiges Paraffin in das Gefäss und zwar bis zu einer Höhe von 8,4 cm, so beobachtete ich jetzt für das Maximum

7,9 7,9 7,85

Das Mittel hieraus ist 7,88. Somit ist der Schlitten verschoben worden um 7,88 — 5,93 cm = 1,95 cm.

Aus

$$n = 1 + \frac{2a}{l}$$

ergiebt sich dann

$$n = 1 + \frac{2 \cdot 1{,}95}{8{,}4} = \mathbf{1{,}46}$$

Ich vergrösserte die Schichtdicke beliebig, indem ich durch

die obere Öffnung Paraffin zugoss. Die Schichtdicke betrug nun 15,0 cm, das Maximum wurde beobachtet zu

9,5 9,3 9,6

Mittel hieraus: 9,47

Der Nullpunkt, das heisst die Einstellung bei leerem Gefäss war 5,93,

somit
$$n = 1 + \frac{2 \cdot 3,54}{15,0} = \mathbf{1,47}$$

Die Drähte mit dem daran befindlichen Gefäss wurden nun herausgezogen und das Letztere gründlich gereinigt; darauf wurden Drähte mit Gefäss in die alte Lage gebracht.

Schwefelkohlenstoff.

Der Nullpunkt ergab sich zu

6,3 6,1 6,2

das Mittel hieraus ist 6,2.

Das Gefäss wurde mit Schwefelkohlenstoff bis zu einer Höhe von 9,3 cm gefüllt. Für das Maximum ergaben sich jetzt die Werte zu

8,8 8,6 8,8

Mittel hiervon 8,73.

Somit war die Verschiebung

$$8.73 - 6,20 = 2,53$$

und

$$n = 1 + \frac{2 \cdot 2,53}{9,3} = \mathbf{1,54}$$

Eine Auffüllung bis zu 15,8 cm Höhe ergab für das Maximum

10,3 10,6 10,4

das Mittel hieraus ist 10,43

daraus folgt n zu **1,54**.

Alkohol.

Bei der Füllung mit einem stark brechenden Medium ist Folgendes zu bemerken. Ist die Schichtdicke relativ gross, so wird die scheinbare Wegverlängerung im Medium eventuell mehrere Wellenlängen betragen. Am andern Zweig erhalte ich beim Ausziehen schon Maximum der Leuchtwirkung, wenn sich beide Zweige um ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge unterscheiden, das Maximum der Leuchtwirkung ist jetzt also kein Kriterium dafür, dass die Zweiglängen gleich sind.

Es ist jetzt nicht zu setzen

$$l(n-1)=2a$$

sondern

$$l(n-1)=2a+x\cdot h$$

wenn h die Wellenlänge in Luft bezeichnet, x eine unbekannte ganze Zahl ist. Für grössere Schichtdicken muss demnach n schon ungefähr bekannt sein, um daraus auf die ganze Zahl schliessen zu können. Oder die Schichtdicke muss hinreichend klein gewählt werden, um den Wert von n direkt zu finden.

So erhielt ich vor Füllung mit Alkohol den Nullpunkt zu

7,9 8,1 8,0 7,8 8,0

Mittel: 7,96.

Die gegen vorhin veränderte Lage des Nullpunkts erklärt sich dadurch, dass beim Herausnehmen der Drähte, sowie beim Reinigen des Gefässes häufig die Dichtung verletzt wurde, und bei der neuen Dichtung die Drähte nicht die gleiche Lage wie vorher erhielten.

Die Schichtdicke für Alkohol betrug 7,3 cm.

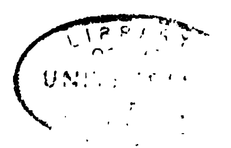
Für das Maximum erhielt ich

18,9 20,1 18,1 18,6

Mittel 18,92

daraus $a = 10,96$

somit $n =$ **4,03**



Für eine Schichtdicke von 13,0 cm ergab die Beobachtung

27,3 27,6 27,4.

Mittel 27,42; während schon ein Max. beim Nullpunkt lag.

$a = 19,46$

$n =$ **3,99**.

Glycerin.

Beim Füllen des Gefässes mit Glycerin bildeten sich sehr leicht Luftblasen im Innern. Diese wurden vor der Beobachtung sorgfältig entfernt. Der Nullpunkt wurde gefunden zu

5,6 5,4 6,0 6,1 5,6.

Mittel: 5,74

Schichtdicke: $l = 9,7$

Maxim. bei

25,5 26,0 25,4

Mittel: 25,63

a somit $= 19,89$

$n =$ **5,1**.

Um das Maximum schärfer zu erhalten, nahm ich mit einer Pipette etwas Flüssigkeit heraus. Die herausragenden noch von der Flüssigkeit benetzten Drähte wurden mit einem Wischer sorgfältig getrocknet. Ich will von nun an immer kurz die Zahlen mit den oben gewählten Bezeichnungen angeben, da der Gang der Untersuchung ja durch Beispiele hinreichend klar gelegt ist. Es wurde gefunden

$l = 4,5$ cm.

Maximum:

14,8 15,2 14,7 15,1

Mittel: 14,95

$a = 9,21$

$$n = 1 + \frac{2 \cdot 9,21}{4,5} = \mathbf{5,1}$$

Wasser.

Nullpunkt:

6,40 6,40 6,50

Mittel: 6,43

Schichtdicke: 5,3

Maximum:

26,8 26,4 27,0

Mittel: 26,73

$a = 20,3$ cm

$n = 8,66.$

Bei einer später noch einmal angestellten Beobachtung fand ich

Nullpunkt:

8,70 8,85 8,80

Mittel: 8,78

Schichtdicke: 2,9

Maximum:

19,48 20,15 20,37

Mittel: 20,0

$a = 11,22;$

$n = 8,74$

Ricinus.

Nullpunkt:

5,40 5,20 5,40 5,20

Mittel: 5,30

Schichtdicke: 5,7

Maximum:

7,80 7,80 8,0

Mittel: 7,87

$a = 2,87$

$n = 1,90$

Für eine zweite Schicht ergab sich

bei $l = 9,50$

Maximum:

9,90 10,00 9,90

Mittel: 9,93

$a = 4,63$

$n = 1,98$

Prüfung der gefundenen Werte nach der Drudeschen Methode.

Da sich bei den erhaltenen Werten doch Abweichungen von den von andern Forschern nach andern Methoden erhaltenen zeigten, so bestimmte ich die Brechungsexponenten dieser Flüssigkeiten zur Kontrolle nach der Drudeschen Methode.

Um auch Flüssigkeiten mit kleineren Brechungsexponenten hiernach untersuchen zu können, nahm ich einen Blechtrog von 1 m Länge. Der Querschnitt war quadratisch, Breite = Höhe = 7 cm.

Es wurde derselbe Erreger benutzt; die Wellenlänge betrug in Luft mit Korrektion 38,5 . 2 = 77 cm. Für Paraffin ergab sich im Mittel die halbe Wellenlänge zu 21 cm. Somit war

$$n = 38,5 : 26,1 = 1,47.$$

Vorhin hatte ich erhalten 1,46 und 1,47.

Für Schwefelkohlenstoff erhielt ich $\lambda/2$ zu 24,87, somit $n = 38,5 : 24,87 = 1,54$,
nach der anderen Methode beide Male 1,54.

Für Alkohol erhielt ich $\lambda/2 = 9,4$,
somit $n = 4,1$,
nach der anderen Methode 3,99 und 4,03.

Den Brechungsexponenten des Glycerin nach dieser Methode zu bestimmen gelang mir nicht. Beim Verschieben der Brücke leuchtete die Röhre unstetig bald heller bald dunkeler; ein bestimmtes Maximum war aber nicht zu erkennen.

Mangelnder Kontakt konnte nicht der Grund hierfür sein, da ich noch folgende Änderung an der verschiebbaren Brücke anbrachte. Die Enden der 1 mm starken Kuqferdrahtbrücke wurden zu kleinen Näpfchen ausgeschlagen, so dass sie einen Quecksilbertropfen aufnehmen konnten. Die durch den Blechtrog führenden Drahtstrecken der Leitung wurden amalgamiert; es musste also beim Verschieben der Brücke vollständiger Kontakt herrschen.

Für Wasser erhielt ich 8,80 gegen 8,70 nach der früheren Methode.

Für Ricinus ergab diese Methode 2,01 gegen 1,94 der anderen.

Untersuchung fester Isolatoren.

Da die Untersuchung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten im wesentlichen brauchbare Werte ergeben hatte, so ging ich daran, auch feste Körper zu untersuchen. Die Auszüge mit dem daran befindlichen Gefäss wurden entfernt und durch ein Paar einfache Drähte, wie sie beim oberen Auszug in Verwendung waren, ersetzt. An den Stellen, wo diese Drähte in die Röhren $A\ B$ und $L\ C$ mündeten, brachte ich mit Siegellack Marken an. Somit konnten sie herausgenommen, und nachdem sie mit den zu untersuchenden festen Körpern umgeben waren, genau in die alte Lage gebracht werden.

Ich untersuchte folgende feste Körper:

Schwefel.

Nachdem der Nullpunkt beobachtet war, wurden die Drähte herausgezogen und durch ein Blechgefäss von parallelepipedischer Gestalt, dessen Wände an geeigneten Punkten durchbohrt waren, hindurch gesteckt. Die Dichtung der Löcher geschah mit Schellack. Nachdem der hineingegossene Schwefel erkaltet war, wurde das Blechgefäss heruntergeschnitten und

die Drähte mit dem daran befindlichen Klotz wieder in die durch die Siegellackmarken festgelegte alte Lage am Viereck gebracht.

Der Nullpunkt ergab sich zu

8,6 8,9 8,7 8,9

Mittel 8,78.

Der Klotz hatte eine Länge von 14,6 cm. Breite und Höhe betrugen 6 cm. Das Maximum lag jetzt auf

14,7 15,2 15,2 14,8 14,7,

Mittel 14,92.

Somit war $a = 6,14$,

$n = \mathbf{1,84}$,

Righi fand nach seiner Methode 1,87.

Paraffin.

Ebenso wurde um ein Paar Drähte ein Paraffinklotz gegossen. Dieser hatte eine Länge von 16,8 cm.

Nullpunkt 7,68

Max. im Mittel 11,32

a somit 3,64

$n = \mathbf{1,43}$.

Righi sowie Arons und Rubens erhielten den gleichen Wert.

Untersuchung von Pulvern.

Mischungen zweier isolierender Flüssigkeiten sind bereits untersucht worden; so beobachtete Udney Yule den Brechungsexponenten eines Gemisches von Alkohol und Wasser; er benutzte hierzu die Lechersche Anorduung. Im Anschluss daran versuchte er den Brechungsexponent von Pulvern zu bestimmen, erhielt aber keine Resultate.

Schwefelpulver.

Eine genügende Menge Stangenschwefel, aus dem auch der vorher untersuchte Klotz gegossen war, wurden in einem Mörser zerstossen und fein gerieben. Das erhaltene Pulver wurde

in einem Exsikkator mit Phosphorsäureanhydrid getrocknet, da es bei längerem Stehen an freier Luft klumpig wurde. Das getrocknete Pulver wurde dann in das Gefäss geschüttet, in dem die Flüssigkeiten untersucht waren. Natürlich erhielt ich sehr verschiedene Werte für den Brechungsexponenten, je nachdem sich die Teilchen mehr oder weniger dicht lagerten. Ich konnte dies bis zu grosser Genauigkeit regulieren, indem ich das Gefäss mit dem darin befindlichen Pulver eine bestimmte Anzahl von Malen mit dem Boden aufstiess. Zu diesem Zwecke stellte ich 2 Rohrstühle mit viereckigem Sitzbrett Kante an Kante nebeneinander, so dass nur eine schmale Ritze frei blieb, durch die die beiden Drähte, welche das Gefäss durchsetzten, hindurch gesteckt wurden. Ich konnte so dass Gefäss mit dem ganzen Boden aufstossen. Die Enden der Drähte, die in die Röhren AB, $A'B'$ hineingehörten (vergl. Fig. S. 25), wurden durch die Rohröffnungen des einen Stuhls hindurchgezogen und festgehalten, um sich nicht bei den Erschütterungen zu verbiegen. Geschah das Aufstossen bei verschiedenen Füllungen mit derselben Menge gleich oft, so erhielt ich stets dasselbe Niveau und auch den gleichen Brechungsexponenten. Bevor die Untersuchung gemacht wurde, ebnete ich die Oberfläche sorgfältig, besonders zwischen den Drähten.

So fand ich für eine Schichtdicke von 6,9 cm
das Maximum zu

10,2 10,05 10,0 10,1,

Mittel 10,08,

der Nullpunkt war vorher bestimmt zu 8,32.

Somit war $a = 1{,}76$,

$n = 1{,}51$.

Das Volumen eines Pulvers ist aufzufassen als ein Gemisch eines bestimmten Quantums Luft und eines bestimmten Quantums der betreffenden gepulverten Substanz. Wie ich Schwefel mit Luft mische, kann ich ebenso gut 2 andere Dielektrika mischen.

Es seien allgemein ihre Brechungsexponenten n_1 und n_2. Ist μ_1 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle in dem einen Medium, die Dicke des Mediums h_1, setze ich für das andere entsprechend μ_2 und h_2 und denke mir beide schichtenweise übereinandergelagert, so setzt sich die Zeit t, die die Welle gebraucht, um durch beide Medien hindurchzugehen, zusammen aus

$$\frac{h_1}{\mu_1} \text{ und } \frac{h_2}{\mu_2}$$

$$t = \frac{h_1}{\mu_1} + \frac{h_2}{\mu_2}$$

oder bezeichnet v eine gleichförmige Geschwindigkeit, die an Stelle jener 2 aufeinanderfolgenden gesetzt werden kann, so haben wir

$$\frac{h_1}{\mu_1} + \frac{h_2}{\mu_2} = \frac{h_1 + h_2}{\mu}$$

Denke ich mir jetzt beide Medien gemischt, so kann ich für $h_1 + h_2$, vorausgesetzt, dass keine Volumkontraktion eintritt, die Höhe des Gemisches h setzen. v bleibt ungeändert, denn die Welle geht ja bei vollständiger Mischung durch ebensoviel Partikelchen jeder Substanz wie vor der Mischung. Multipliziere ich mit dem Querschnitt, so erhalte ich die bezüglichen Volumina

$$\frac{v_1}{\mu_1} + \frac{v_2}{\mu_2} = \frac{V}{\mu}$$

oder führe ich für μ_a den Brechungsexponenten, für v das Verhältnis $\frac{\text{Gewicht}}{\text{Dichte}} = \frac{P}{d}$ ein, so erhalte ich

$$\frac{p_1}{d_1} n_1 + \frac{p_2}{d_2} n_2 = \frac{P}{d} n$$

und wenn ich $\frac{P}{d}$, links in seine Summanden zerlege, subtra-

hiere, so stellt sich die Beziehung zwischen der Mischung und ihren Komponenten schliesslich dar durch die bekannte Formel

$$p_1 \frac{n_1 - 1}{d_1} + p_2 \frac{n_2 - 1}{d_2} = P \frac{n - 1}{d}.$$

Kenne ich also die Gewichtsanteile beider Substanzen, ihre Dichten und Brechungsexponenten, so ist mir auch somit $\frac{P}{d}$ gegeben, da vorausgesetzt ist, es sollte keine Volumkontraktion eintreten. Ich kann somit n berechnen.

Wollte ich den Brechungsexponenten meines untersuchten Schwefelpulvers nach dieser Formel bestimmen, so musste der Brechungsexponent der einen Komponente, also sagen wir n_1 gleich dem des festen Schwefels $= 1,84$ gesetzt werden, n_2 war dann gleich 1; das 2. Glied fällt fort. Da ich den Volumanteil der Luft nicht direkt bestimmen konnte, so bestimmte ich das Volumen der Mischung, indem ich das leere Gefäss bis zu gleicher Höhe mit Wasser füllte und hiervon das Volumen des Schwefels $= \frac{p_1}{d_1}$ abzog. p_1 wurde mit der Wage bestimmt.

Ich erhielt dann $n = 1,545$ gegen 1,51 der Beobachtung.

In der Optik finden wir nun diese Formel auf die verschiedenartigsten Gemische angewandt, um die Konstanz des Ausdruckes $\frac{n - 1}{d}$, des spezifischen Refraktionsvermögens zu prüfen. Neben dieser Formel finden aber noch 2 andere Verwendung. Es sind dies die Ausdrücke:

$$P \frac{n^2 - 1}{d} = p_1 \frac{n_1{}^2 - 1}{d_1} + p_2 \frac{n_2{}^2 - 1}{d_2}$$

und

$$P \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{d} = p_1 \frac{n_1{}^2 - 1}{n_1{}^2 + 2} \frac{1}{d_1} + p_2 \frac{n_2{}^2 - 1}{n_2{}^2 + 2} \frac{1}{d_2}$$

wo $\frac{n^2-1}{d}$ wie $\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d}$ gleichfalls Ausdrücke für die Refraktionskonstante sind. Der erste dieser beiden Ausdrücke stammt aus der Newtonschen Emissionstheorie[1]); der zweite aus der Clausius-Mosottischen Theorie der Polarisation von Dielektriken. Er führt den Namen Lorentzsche Formel. Auf Grund der Annahme Faradays, dass die Dielektrika aus kugelförmigen, leitenden, sich nicht berührenden Teilchen bestehen, die in ein nicht leitendes Medium eingebettet sind, findet Mosotti folgenden Zusammenhang zwischen Dielektrizitätskonstanten, Anzahl der leitenden Partikelchen und Gesamtvolumen: Ist v das Volumen aller leitenden Partikelchen, V das Gesamtvolumen des Dielektrikums, K seine Dielektrizitätskonstante, so ergiebt sich die einfache Beziehung, wenn wir $\frac{v}{V}=h$ setzen

$$h=\frac{K-1}{K+2}.$$

Dividieren wir durch die Dichte des Dielektrikums, so erhalten wir

$$\frac{h}{d}=\frac{1}{d}\frac{K-1}{K+2}=\text{const.}$$

da ja h proportional zu d ist, sobald die Teilchen in Äther gebettet sind.

Setzen wir nach Maxwell

$$K=n^2,$$

so bekommen wir die Lorentzsche Formel

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d}=\text{const.}$$

Die aus den 3, für die Refraktionskonstante aufgestellten, Ausdrücken gebildeten Mischungsformeln[2]) sind, wie gesagt, häufig in der Optik auf Gemische von Gasen und Flüssigkeiten

1) Laplace, Mécanique céleste 4, Libre 10, pag. 237.
2) Winkelm. II, 1 S. 330.

angewandt worden. Sie hier auf Mischungen von Dielektriken in Pulverform anzuwenden, steht nichts im Wege. Die Grössenverhältnisse zwischen Wellenlänge und den Dimensionen der Pulverpartikelchen sind sogar noch günstiger. Während sich die Wellenlänge von Natriumlicht zum Durchmesser eines Luftmoleküls verhält wie ca. 2000 : 1, verhält sich die hier verwandte Wellenlänge zu dem Durchmesser eines Teilchens im Mittel wie 7000 : 1.

Berechne ich den Brechungsexponent der oben verwandten Mischung aus der Formel

$$P\frac{n^2-1}{d} = p_1\frac{n_1{}^2-1}{d_1} + p_2\frac{n_2{}^2-1}{d_2}$$

so erhalte ich für n den Wert

$$1{,}60$$

und aus der Formel

$$P\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d} = p_1\frac{n_1{}^2-1}{n_1{}^2+2}\frac{1}{d} + p_2\frac{n_2{}^2-1}{n_2{}^2+2}\frac{1}{d}$$

erhalte ich $n = 1{,}50.$

Der letzte Wert stimmt sehr gut mit dem beobachteten 1,51 überein.

Es lässt sich aber noch eine weitere Formel anwenden: Mascart und Joubert nehmen an, das Dielektrikum bestände aus kleinen Kügelchen, deren Dielektrizitätskonstante μ_1 sei, die in einem anderen Medium von der Dielektrizitätskonstante μ_2 eingebettet wären. Sie finden dann für das ganze Gemisch

$$\mu = \mu_2\frac{\mu_1 + 2\,\mu_2 - 2\,h\,(\mu_2 - \mu_1)}{\mu_1 + 2\,\mu_2 + h\,(\mu_2 - h_1)}$$

wo h das Verhältnis des Volumens aller kleinen Kügelchen

zum Volumen des ganzen Gemisches bezeichnet. Setze ich wieder nach Maxwell

$$\mu = n^2$$

so nimmt die Formel die Gestalt an:

$$n^2 = n_2^2 \frac{n_1^2 + 2 n_2^2 - 2 h (n_2^2 - n_1^2)}{n_1^2 + 2 n_2^2 + h (n_2^2 - n_1^2)}$$

Für die Mischung Schwefel-Luft ergiebt sich dann

$$n = 1{,}50,$$

wo h also hier das Verhältnis des Volumens aller Schwefelpartikelchen zum Volumen der Mischung bedeutet. Die letzte Formel ergiebt für n denselben Wert wie die vorletzte. Um die Formeln hierauf hin mit einander zu vergleichen, forme ich die vorletzte folgendermassen um. Statt $\frac{P}{d}$, $\frac{p}{d}$ kann ich die betreffenden Volumina setzen, demnach schreiben

$$V \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = v_1 \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2} + v_2 \frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2}$$

Beziehe ich v_2, n_2 auf Luft, so fällt das 2. Glied fort. $\frac{v_1}{V}$ ist wie in der Formel von Mascart-Joubert $= h$ zu setzen. Damit ergiebt sich

$$n^2 = \frac{n_1^2 + 2 - 2 h (1 - n_1^2)}{n_1^2 + 2 + h (1 - n_1^2)}$$

Aus der Formel von Mascart-Joubert erhalte ich für $n_2 = 1$

$$n^2 = \frac{n_1^2 + 2 - 2 h (1 - n_1^2)}{n_1^2 + 2 + h (1 - n_1^2)}$$

Für $n_2 = 1$ sind die beiden Formeln somit identisch.

Ich untersuchte noch ein zweites Schwefelpulver. Die Dichte des zuerst untersuchten Pulvers war 1,30 gewesen; sie betrug bei diesem Versuch 1,03.

Die Beobachtung ergab den Brechungsexponenten zu 1,42

$$\frac{n-1}{d} = \ldots$$

ergab für $n = 1{,}43$.

Die Formel

$$\frac{n_2 - 1}{d} = \ldots$$

ergab $n = 1{,}49$.

Die Formel $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \ldots$

und die Formel von Mascart-Joubert ergaben

$$n = 1{,}37$$

die nach den einzelnenen Formeln erhaltenen Werte weichen zum Teil bei beiden Versuchen schon ziemlich weit ab. Die beste Uebereinstimmung zeigt die Formel $\frac{n-1}{d}$.

Mischung von Schwefelpulver mit Wasser.

Während bei den soeben erwähnten Versuchen n_2 sehr nahe an n_1 gelegen hatte, es war $n_1 = 1{,}84$ und $n_2 = 1$ gegeben, untersuchte ich nun eine Mischung, für die die Differenz $n_2 - n_1$ sehr gross war. Ich wählte Schwefel und Wasser; demnach $n_1 = 1{,}84$ und $n_2 = 8{,}7$. Da nun mit wachsendem Anteil des Wassers an der Mischung auch der Brechungsexponent wachsen musste, so möchte ich von nun $\frac{v_2}{V} = h$

setzen, es ist dann $\frac{v_1}{V} = 1 - h$

Die 4 Formeln lauten dann

$$n - 1 = (1 - h)(n_1 - 1) + h(n_2 - 1)$$

$$n^2 - 1 = (1 - h)(n_1^2 - 1) + h(n_2^2 - 1)$$

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = (1 - h)\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2} + h\frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2}$$

und

$$n^2 = n_2^2 \frac{n_1^2 + 2n_2^2 - 2(1 - h)(n_2^2 - n_1^2)}{n_1^2 + 2n_2^2 + (1 - h)(n_2^2 - n_1^2)}$$

Bei der Ausführung des Versuchs stiess ich aber auf Schwierigkeiten. Das Wasser will sich mit Schwefelpulver nicht mischen. Brachte ich in einem Becherglas Pulver mit darüber gegossenem Wasser unter die Luftpumpe, so bildeten sich beim Auspumpen zähe Blasen, die sich am Rande in die Höhe zogen und beim Zerplatzen unbekannte Mengen Pulver verloren gehen liessen. Auch Umrühren während des Auspumpens wollte nichts nutzen. Deshalb beschloss ich, das Pulver mit dem Wasser durch Kochen zu mischen. Wasser wurde in einem Becherglas zum Kochen gebracht und eine abgewogene Menge Schwefel hineingeschüttet. Unter stetem Umrühren wurde das Kochen noch eine Weile fortgesetzt, um die im Gemisch enthaltene Luft vollständig zu entfernen. Darauf liess ich den Schwefel sich setzen, goss das darüber stehende Wasser ab und wog das Gemisch. Nun bleibt stets Schwefel auf der Oberfläche des Wassers. Das Abgiessen geschah deshalb durch einen Filter. Der auf diesem sich absetzende Schwefel wurde von dem ursprünglich festgestellten Gewicht des Schwefels in Abzug gebracht. Das Gewicht des Ganzen konnte ich nun durch Wägung feststellen, indem ich das Gewicht des Glases in Abzug brachte. Damit war auch die Menge des im Gemisch befindlichen Wassers bekannt.

Hierbei ist noch zu bemerken, dass einmaliges Abgiessen des Wassers nicht genügte. Der Schwefel lagert sich sehr

langsam bis zu konstanter Dichte; es bildet sich somit immer wieder eine klare Wasserschicht über dem Gemisch.

Die so erhaltene in ihren Bestandteilen erkannte Mischung wurde dann in das Untersuchungsgefäss geschüttet, und zwar sehr vorsichtig, um das Entstehen von Luftblasen zu vermeiden.

Eine Mischung von 164,8 cm ^{3} H_2O und 343 gr. S = 171,5 cm ^{3} S ergab den Brechungsexponenten

5,1.

Bringe ich die oben (Seite 31) aufgestellten 4 Formeln in Anwendung, so ergiebt die Formel

$$n - 1 = \ldots: \text{ den Wert } 5{,}20 \text{ für } n$$

die 2.

$$n^2 - 1 = \ldots: \text{ für } n \; 6{,}23$$

die 3.

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \ldots: \; n = 2{,}81$$

und die 4.

$$n^2 = n_2^2 \frac{2 \ldots}{\ldots} : n = 5{,}6$$

Die einfache Mischungsformel kommt wiederum dem beobachteten Wert am nächsten, nächst ihr die von Mascart-Joubert aufgestellte. Frappant ist die grosse Abweichung der 3.

Eine 2. Mischung aus Schwefel und Wasser setzte sich zusammen aus

453,31 cm ^{3} H_2O

und 93,185 cm ^{3} S

Der Brechungsexponent wurde beobachtet zu 7,3.

Die Berechnung ergab nach der $(n - 1)$ Formel

$$n = 7{,}5,$$

nach der $(n^2 - 1)$ Formel

$$n = 7{,}96,$$

nach der $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ Formel $n = 4,8$ und schliesslich die letzte

$$n = 7,6.$$

Wiederum zeigt die 1. die beste Übereinstimmung mit der Beobachtung. Bei der 3. erscheint wiederum die starke Erniedrigung. Die 4. nimmt wie vorher eine Mittelstellung zwischen der ersten und zweiten ein. (Vergl. die graphische Darstellung am Schluss).

Bei den bisherigen Untersuchungen war das Volumen der Mischung gleich der Summe der Volumina der Mischungsanteile gewesen, nun untersuchte ich Alkohol und Wasser, bei deren Mischung Volumenkontraktion eintritt.

Mischung von Alkohol und Wasser.

Eine Mischung von 40 Teilen Alkohol und 70 Teilen Wasser ergab ein Volumen von 137 Teilen. Der Brechungsexponent wurde beobachtet zu 6,60.

Der Alkohol schien schon mit etwas Wasser vermischt zu sein, sein Brechungsexponent war im Mittel 4,88.

Bei der Berechnung ist jetzt aber nicht mehr $h_1 = 1 - h_2$ zu setzen, da ja $v_1 + v_2 > v$ ist; sondern es müssen für h_1 und h_2 die bezüglichen Werte $\frac{v_1}{V}$ und $\frac{v_2}{V}$ berechnet werden.

Die erste Formel $(n - 1)$ giebt

für n den Wert 6,91,

die 2. $n^2 - 1$ 7,12,

die 3. $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ 6,99,

und die 4. 6,76,

Der Beobachtung am nächsten kommt jetzt die 4. Die einfache Mischungsformel $n - 1$ steht an 2. Stelle.

Eine andere Mischung von Alkohol und Wasser im Verhältnis 40 : 120 ergab die Mischung zu 156 Teilen.

Beobachtet wurde der Brechungsexponent zu 7,75.

Die 1. Formel ergiebt $n = 7{,}92$,
die 2. 8,03,
die 3. 9,29,
die 4. 7,72.

Mit der Beobachtung am besten überein stimmt wieder die 4.

Philip[1]) findet bei Bestimmung der Dielektricitätskonstanten von Mischungen, Benzol und Ätyläther u. a. nach der Nernstschen Methode gleichfalls eine weit bessere Übereinstimmung zwischen Beobachtung und den nach der Formel $\frac{\sqrt{K-1}}{d}$ als den nach der Formel $\frac{K-1}{K+3} \cdot \frac{1}{d}$ berechneten Werten.

Diskussion der 4 Formeln.

Ein Blick auf die Formeln zeigt, dass sich n als eine Funktion von h darstellen lässt, und zwar als eine stetige Funktion, betrachtet in dem Intervall $h = 0$ bis $h = 1$, wo h berechnet ist als der Quotient $\frac{v_2}{V}$.

Nach der ersten Formel wird n als Funktion von h, solange keine Volumkontraktion stattfindet, dargestellt durch eine grade Linie, die die Punkte $n_{h=0}$ und $n_{h=1}$ verbindet.

$$n = f(h) = (1 - h)(n_1 - 1) + h(n_2 - 1) + 1$$

Ihre Neigung $\frac{dn}{dh}$ beträgt $n_2 - n_1$ ist also je nach der Differenz der Brechungsexponenten grösser oder kleiner.

Stelle ich $n = f(h)$ für die 3 verschiedenen Mischungen, Schwefel mit Luft, Schwefel mit Wasser und Alkohol mit Wasser dar, so ergeben die beiden ersten Mischungen gerade Linien, die 3. aber eine schwach geneigte Kurve.

[1]) Philip: Z. f. Phys. Chemie 24, S. 18. 1897.

Als Abcisse ist h, als Ordinate n gewählt. (Siehe Fig. 4.)

Kurve oder vielmehr Grade I mit der Steigung $-0{,}84$ giebt $n = f(h)$ für die Mischung Schwefel-Luft.

Grade II giebt n für Schwefel-Wasser, die Steigung beträgt $+6{,}86$, und Kurve 3 mit schwacher Krümmung für Alkohol-Wasser.

Die Kreuzchen bezeichnen die beobachteten Werte.

Betrachte ich ebenso in der 2. Formel

$$n^2 - 1 = (1 - h)(n_1^2 - 1) + h(n_2^2 - 1) = f(h)$$

so stellt sich die Funktion $f(h)$ als eine Parabel dar, deren Gestalt je nach den gewählten Grössen n_1 und n_2 variiert. Der Scheitel liegt auf der h Axe um $\frac{n_1^2}{n_2^2 - n_1^2}$ vom Nullpunkt entfernt. (Siehe Fig. 5.)

Für Kurve I, Schwefel-Luft, liegt der Scheitel bei $h = +1{,}42$.

Die Neigung

$$\frac{dn}{dh} = \frac{n_2^2 - n_1^2}{2\sqrt{1 + (1-h)(n_1^2 - 1) + h(n_2 - 1)}}$$

ist im Anfang gering, $= -0{,}65$, nimmt aber allmählich zu, wie folgende Zahlenwerte zeigen:

Für $h = 0{,}35$ beträgt sie $-0{,}75$
„ $h = 0{,}5$ „ „ $-0{,}81$
„ $h = 0{,}8$ „ „ $-0{,}99$
„ $h = 1$ „ „ $-1{,}19$

Für Schwefel-Wasser liegt der Scheitel bei $h = -0{,}048$. Infolgedessen ist der Anstieg bei $h = 0$ noch sehr steil.

Für $h = 0$ Neigung $+19{,}6$
„ $h = 0{,}49$ „ $+5{,}8$
„ $h = 0{,}825$ „ $+4{,}5$
„ $h = 1$ „ $+4{,}15$

Für die 3. Mischung ist $n = f(h)$ eine Kurve, die sich sehr stark einer Parabel nähert, da h sehr nahe $= 1 - h$ ist.

Die Kreuzchen in der graphischen Darstellung bezeichnen auch hier wie in den folgenden Darstellungen die durch Beobachtung gefundenen Werte.

Die 3. Formel

$$n^2 = \frac{1 + 2\left[(1-h)\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2} + h\frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2}\right]}{1 - (1-h)\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2} - h\frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2}}$$

stellt eine Funktion 3. Grades dar. Die Neigung ist gegeben durch

$$\frac{dn}{dh} = \left(\frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2} - \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2}\right)\frac{(n^2 + 2)^2}{6\,n}$$

Der erste Faktor ist eine Konstante. Betrachte ich den zweiten. n variiert in den Grenzen n_1 bis n_2. Liegen die Grenzen nahe an einander und sind sie klein, so ist der erste wie der zweite Faktor klein.

Mit wachsendem n, wenn also n_2 (sehr viel) grösser wird als n_1, nimmt die Neigung sehr stark zu. (S. Fig. 6).

Kurve I für Schwefel-Luft, hat folgende Neigungen:

Für $h = 0$	$-1{,}16$
„ $h = 0{,}351$	$-0{,}87$
„ $h = 0{,}485$	$-0{,}79$
„ $h = 0{,}8$	$-0{,}697$
„ $h = 1{,}0$	$-0{,}67$

Kurve II für Schwefel-Wasser nimmt erst langsam, dann aber sehr stark zu, die Neigung beträgt

für $h = 0$	$+1{,}36$
„ $h = 0{,}2$	$+1{,}76$
„ $h = 0{,}6$	$+3{,}9$
„ $h = 0{,}815$	$+10{,}05$
„ $h = 1{,}0$	$+59{,}9$

Kurve III giebt n für Wasser-Alkohol. n steigt, wie

man sieht, für $h = 0{,}77$ auf 9,29; ein Wert, der über den Grenzwert 8,7 hinausfällt. Dies rührt daher, dass infolge der Kontraktion die Faktoren $\frac{v_1}{V}$ u. $\frac{v_2}{V}$ gewachsen sind, da ja v_1 u. v_2 die Volumen der Komponenten vor der Mischung, V das Volumen der Mischung bezeichnet, wie dann jetzt auch nicht mehr eine Variable $\frac{v_2}{V} = h$, sondern auch noch eine andere $\frac{v_1}{V} = h$, besteht, da $v_1 + v_2$ jetzt $> V$ ist.

Die 4. Formel ist gleichfalls eine Funktion 3. Grades. Ihre Neigung beträgt:

$$\frac{dn}{dh} = 3 n_2^2 (n_1^1 + 2 n_2^2)(n_2^2 - n_1^2) \frac{1}{2n(n_1^2 + 2 n_2^2 + (1-h)(n_2 - n_1)^2)^2}$$

Der erste Faktor ist konstant. Von den beiden Faktoren des Quotienten sucht der erste, n, mit wachsendem h die Neigung zu verkleinern, der zweite aber bei wachsendem h sie zu vergrössern. Für n_2 wenig von n_1 verschieden, überwiegt der Einfluss des ersten für n_2 sehr gross gegen n_1, überwiegt schliesslich der zweite.

Die Kurven I, II und III geben wieder dieselben Mischungen wie vorher.

Ein Vergleich zwischen den so erhaltenen Kurven und den Beobachtnngen zeigt, dass die erste, die $(n - 1)$ Formel, den Beobachtungen bei weitem am nächsten kommt. Am deutlichsten ist dies zu sehen bei der zweiten Mischung Schwefel-Wasser, da hier die Brechungsexponenten weit von einander liegen. (S. Fig. 8).

Nächst ihr nähert sich den Beobachtungen am meisten die 4. Formel — dann die zweite und schliesslich, am weitesten entfernt, die dritte Formel.

Weitere Anwendung der Formeln.

Untersuchung von Glaspulver.

Wie hier die Formeln benutzt wurden, um den Brechungsexponenten der Mischung zu berechnen, so kann man auch, falls sich Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung ergeben hat, aus dem Brechungsexponenten der Mischung sowie einer Komponente, den Brechungsexponenten der anderen Komponente berechnen.

Die (n — 1) Formel wäre hierzu, wie die vorangegangenen Untersuchungen bewiesen haben, am geeignetsten.

Berechne ich aus den beobachteten n der Mischung Schwefel und Luft n für in einem Stück gegossenen Schwefel, so erhalte ich nach der 1. Formel 1,82, nach der M.-J.schen 1,88. Der beobachtete Wert war 1,84.

Damit wäre es möglich, den Brechungsexponenten eines festen Isolators zu berechnen, den man in einem Stück nicht, oder wenigstens sehr schlecht untersuchen kann. Glas ist z. B. solch ein Isolator. In Pulverform lässt sich Glas nun sehr gut untersuchen.

Eine genügende Menge Glas (Fensterglas) wurde in einem eisernen Mörser zu feinem staubförmigem Pulver zermahlen. Der Durchmesser der Partikelchen betrug im Mittel 0,6 mm. Beim Zerstampfen hatten sich aber losgerissene Eisenteilchen mit dem Pulver gemischt, so dass das Pulver eine rötliche Färbung angenommen hatte. Ein Herausziehen der Teilchen mit dem Magneten erwies sich als nicht durchgreifend genug. Ich kochte daher den Staub mit verdünnter Salzsäure und wusch nachher mehrere Male mit Wasser nach. Dies Verfahren wurde ein paar Mal wiederholt, bis der Staub eine schöne weissblaue Färbung erhielt. Das Pulver wurde dann in einer Porzellanschale über Feuer getrocknet.

Das spezifische Gewicht des Glases in Pulverform wurde zu 2,5 gefunden.

Die Beobachtung ergab für n

$$n = 1{,}66$$

bei einer Dichte von 1,52.

Die $(n - 1)$ Formel ergiebt danach für den Brechungsexponenten des festen Glases

$$n = 2{,}09.$$

Die Formel $(n^2 - 1)$ würde ergeben

$$n = 1{,}98,$$

die Formel $\left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\right)$ und die Formel von Mascart-Joubert

2,40.

Ohne die genauere Zusammensetzung zu kennen, lassen sich die Brechungsexponenten von Glasmengen wohl kaum mit einander vergleichen. Arons und Rubens füllten den Zwischenraum zwischen den Drähten mit Glastafeln aus und fanden für Platten von 7,5 mm Dicke $n = 2{,}33$ und für Platten von 2,49 mm Dicke $n = 2{,}49$.

Der nach der 4. Formel gefundene Wert liegt grade zwischen diesen beiden.

Prüfung der Klausius-Mosottischen Formel.

Die 3. Mischungsformel

$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$ beruht auf der Beziehung

$$K = \frac{1 + 2h}{1 - h} \quad \text{(vergl. S. 52)}$$

wo h das Verhältnis zwischen dem Volumen aller leitenden Kügelchen zum Gesamtvolumen des Dielektrikums bezeichnet, unter der Annahme, dass die leitenden Kügelchen in Äther eingelagert seien. Lagern sie in einem anderen Dielektrikum, dessen Dielektricitätskonstante K^1 sein möge, so lautet obige Beziehung allgemeiner

$$\frac{K}{K^1} = \frac{1 + 2h}{1 - h}$$

Dieselbe Gleichung erhält man aus der von Mascart-Joubert aufgestellten Beziehung

$$K = K_2 \frac{K_1 + 2K_2 - 2h(K_2 - K_1)}{K_1 + 2K_2 + h(K_2 - K_1)}$$

wenn die Kügelchen als Leiter angenommen werden, das heisst $K_1 = \infty$ gesetzt wird. Die Formel lautet dann

$$K = K_2 \frac{1 + 2h}{1 - h}$$

Die Dielektricitätskonstanten solcher Gemische von leitenden Partikelchen und Isolatoren sind schon nach dieser Formel geprüft worden von Franke[1], Beaulard[2], Millikan[3], Hasenöhrl[4], Hlavati[5], Lebedew[6]. Sie fanden durchschnittlich gut übereinstimmende Werte zwischen Beobachtung und Rechnung.

Ich setzte nun nach Maxwell

$$K = n^2$$

erhielt somit

$$n^2 = n_1^2 \frac{1 + 2h}{1 - h}$$

Zur Prüfung der Formel benutzte ich ein Gemisch von Zinkstaub und festem Paraffin. Eine bestimmte Menge Paraffin wurde geschmolzen, und ein abgewogenes Gewicht Zinkstaub (chemisch reiner) hineingeschüttet. Das ganze wurde vollkommen durcheinander gerührt. Das Rühren wurde fortgesetzt bis das Paraffin sich genügend abgekühlt hatte; das Gemisch wurde in die Form gegossen und erstarrte binnen kurzem. Es gelang mir auf diese Weise, das Gemisch vollständig homogen herzustellen, wie Dichtigkeitsbestimmungen ergaben. Es ist aber zu erwähnen, dass ein zu grosser Zinkanteil sich

[1]) Wied. Annal. 50, 163. 1893. [2]) C. R. 129, 149. [3]) Wied. Ann. 60, 376. 1897. [4]) Sitzgb. d. Wien A. 106, 69. [5]) Sitzgb. d. Wien. A. 110. [6]) Wied. Ann. 44, 288. 1891.

nicht mehr in dem Paraffin verrühren lässt; es bleibt dann beständig Zink am Boden des Gefässes, das Mischungsverhältnis wird somit ein anderes als vorher aus den abgewogenen Mengen der Wert h bestimmt ist. Dies trat z. B. ein bei $h = 0{,}124$.

Für $h = 0{,}0393$ ergab die Beobachtung

$$n = 1{,}515$$

die Berechnung

$$n = 1{,}515,$$

wenn $n_1 = 1{,}43$ gesetzt wird.

Demnach eine vollständige Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung.

Resultate.

1. Der beschriebene Apparat gestattet, Wellenlängen an Drähten durch Interferenz zu messen. Wie bei den Versuchen von V. v. Lenz hat er die Form der Quinckeschen Interferenzröhre, nur dass hier die Vorteile des Lecherschen Drahtsystems hinzukommen. Zur Benutzung kommen fortschreitende Wellen.

2. Nach der beschriebenen Methode werden die Brechungsexponenten flüssiger wie auch fester Isolatoren mit gleicher Genauigkeit bestimmt.

3. Ferner werden die Brechungsexponenten von Mischungen von Pulvern mit Luft oder flüssigen Medien bestimmt. Zur Berechnung werden verwandt die 3 Mischungsformeln

$$P \cdot \frac{n-1}{d} = p_1 \frac{n_1 - 1}{d_1} + p_2 \frac{n_2 - 1}{d_2}$$

$$P \cdot \frac{n^2-1}{d} = p_1 \frac{n_1^2 - 1}{d_1} + p_2 \frac{n_2^2 - 1}{d_2}$$

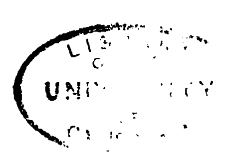
$$\frac{P}{d} \frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{p_1}{d_1} \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2} + \frac{p_2}{d_2} \frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2}$$

und die Mascart-Joubertsche:

$$n^2 = n_2^2 \frac{n_1^2 + 2\,n_2^2 - 2\,h\,(n_2^2 - n_1^2)}{n_1^2 + 2\,n_2^2 + h\,(n_2^2 - n_1^2)}$$

4. Die gute Übereinstimmung der aus der ersten und letzten Formel berechneten Werte mit der Beobachtung giebt ein Mittel an die Hand, den Brechungsexponenten eines kontinuierlich festen Körpers zu berechnen, der sich nur in Pulverform untersuchen lässt.

Zum Schluss liegt mir noch die angenehme Pflicht ob, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. W. König, für die Anregung zu dieser Arbeit und für die bei der Anfertigung derselben in liebenswürdiger Weise erteilten Ratschläge meinen herzlichsten Dank zu sagen.



Lebenslauf.

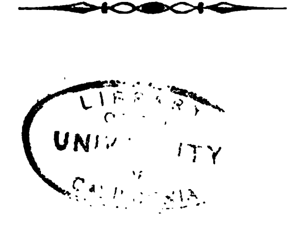
Kurt Kiessling, Sohn des Königl. Realgymnasialprofessors Dr. Kiessling zu Perleberg, wurde am 10. August 1878 zu Perleberg geboren. Den gesamten Schulunterricht genoss er auf dem dortigen Realgymnasium. Um sich dem Studium der Mathematik zu widmen, bezog er Michaelis 1897 die Universität Greifswald. Ferner besuchte er die Universitäten München und Berlin. Während seiner Studienzeit hörte er die Vorlesungen folgender Herren Professoren und Dozenten:

In München:
Korn, Graetz, Pringsheim.

In Berlin:
Marcuse, Frobenius, Fuchs, Simmel.

In Greifswald:
Credner, Deecke. Holtz, König, Konrath, Limpricht, Müller, Rehmke, Richarz, Rosemann, Schmidt, Schuppe, Study, Thomé.

Allen diesen seinen hochverehrten Lehrern spricht der Verfasser an dieser Stelle seinen innigsten Dank aus.



Thesen.

I.

Die Lorentzsche Formel auf Mischungen anzuwenden ist nicht statthaft.

II.

Für die Erklärung der Kohärerwirkung ist die Brückenhypothese die einfachste und wahrscheinlichste.

III.

Auf dem Gebiete der Beleuchtung verspricht die Benutzung höherer Temperaturen grössere Erfolge als die der Luminescenz.

LIBRARY
OF
UNIVERSITY
OF
CALIFORNIA

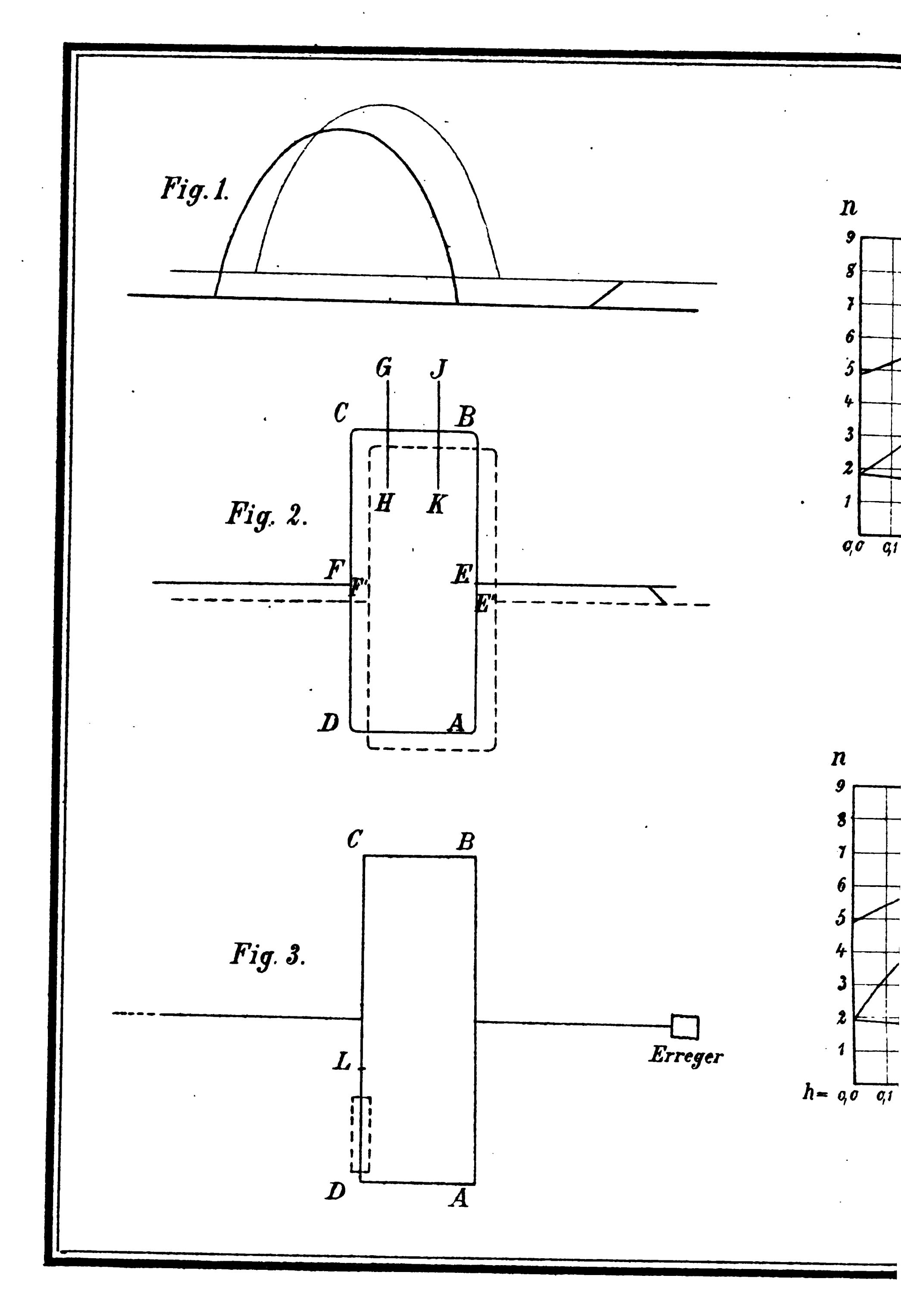


Fig. 1.
Fig. 2.
G
J
C
B
H
K
F
F'
E
E'
D
A
Fig. 3.
C
B
L
D
A
Erreger
n
h=

Fig. 4.

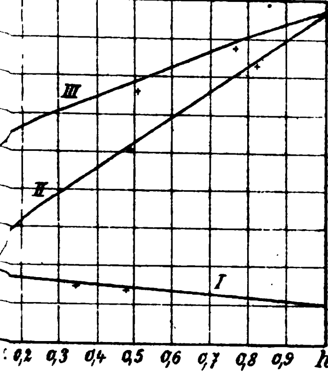


Fig. 5.

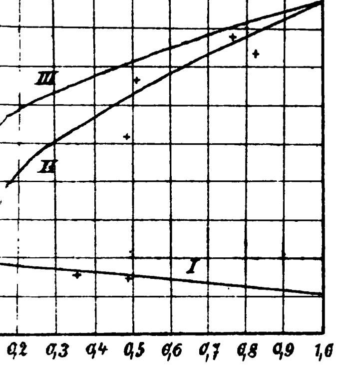


Fig. 6.

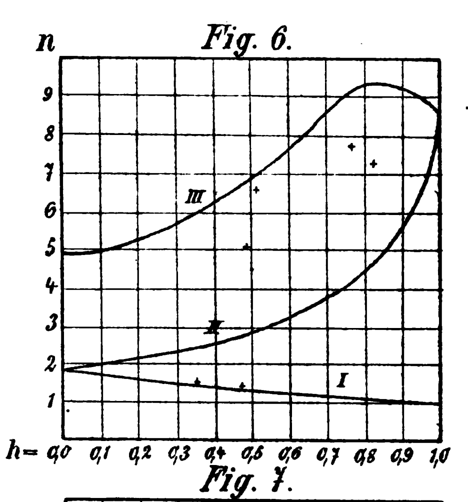


Fig. 7.

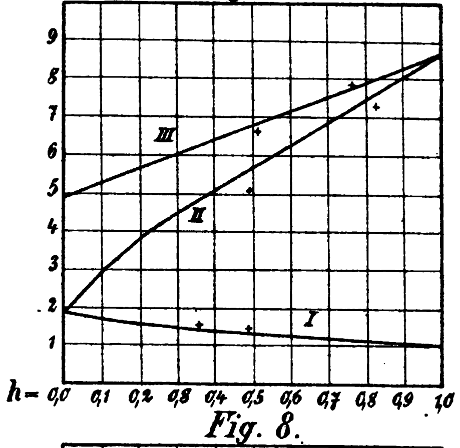
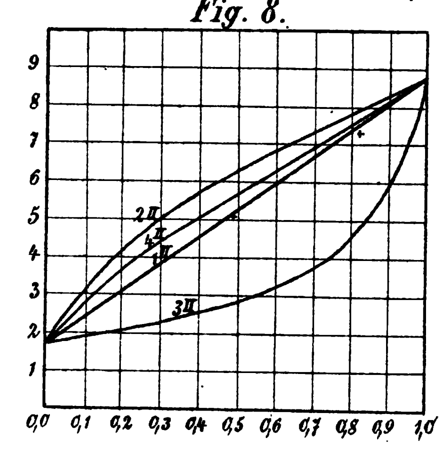
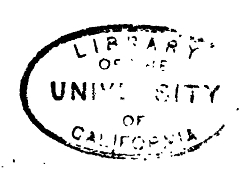


Fig. 8.





131041
QC665
K54